Mecánica de Materiales II: Deformaciones y desplazamientos

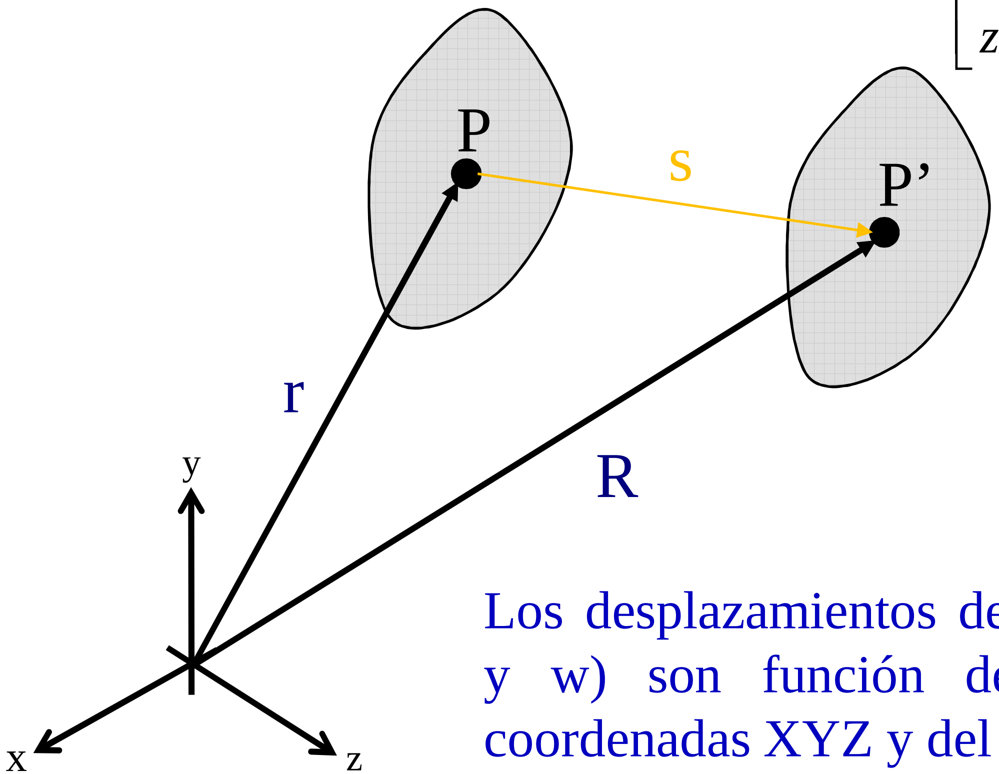
Andrés G. Clavijo V., Universidad Simón Bolívar

Contenido

- Desplazamientos
- Deformaciones
  - Normal
  - Tangencial
- Relación Desplazamiento - Deformación
- Deformación homogénea
- Estado plano de deformaciones
  - Circulo de Mohr – Método gráfico
  - Circulo de Mohr – Reglas de correspondencia
- Análisis experimental de deformaciones

Se define como:

$$\bar{R}(\bar{r},t) = \bar{r} + \bar{s}(\bar{r},t) \qquad \bar{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad \bar{s} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

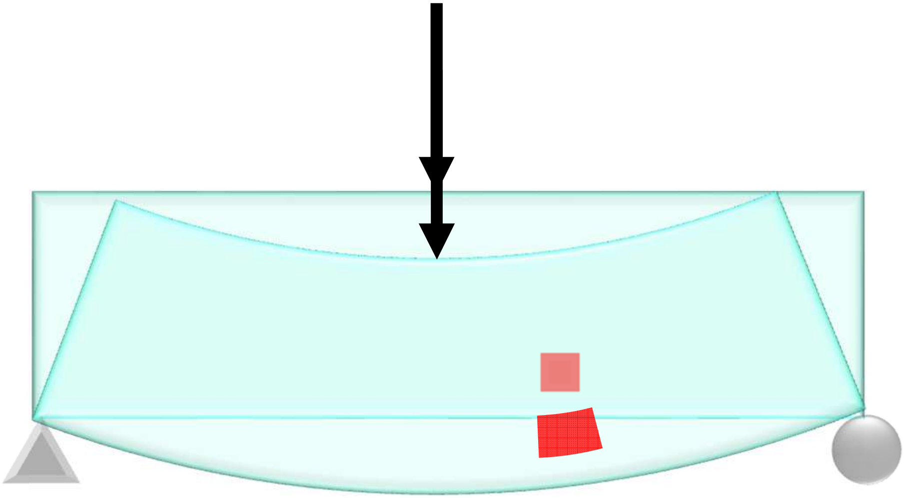


Los desplazamientos del punto P (u,v y w) son función del sistema de coordenadas XYZ y del tiempo

Cuando un sólido es sometido a cargas, en cada punto experimenta un desplazamiento que se descompone en:

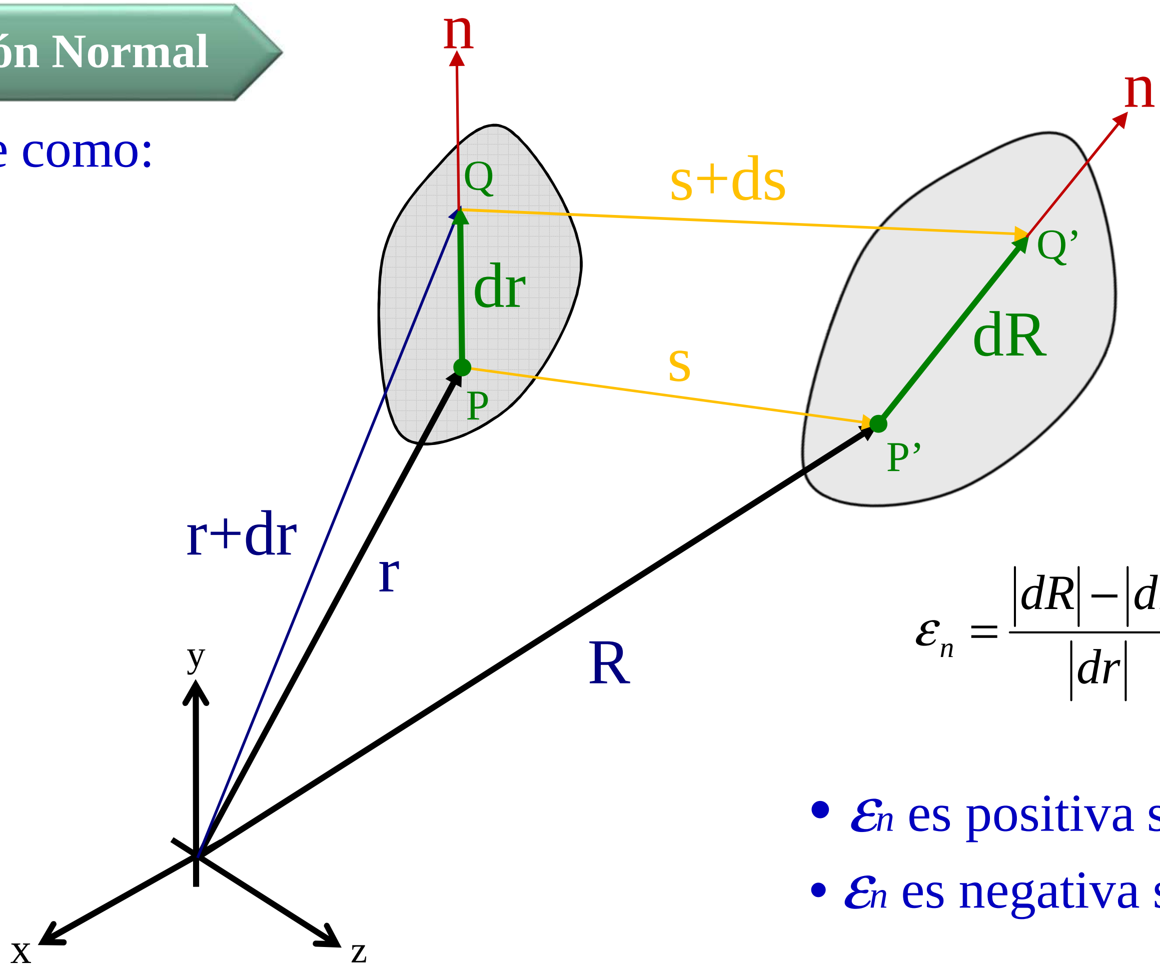
- Movimiento rígido
  - Traslación
  - Rotación
- Deformación pura
  - Cambios de longitud
  - Variaciones de ángulos

Deformación Normal
Deformación Tangencial



Deformación Normal

Se define como:

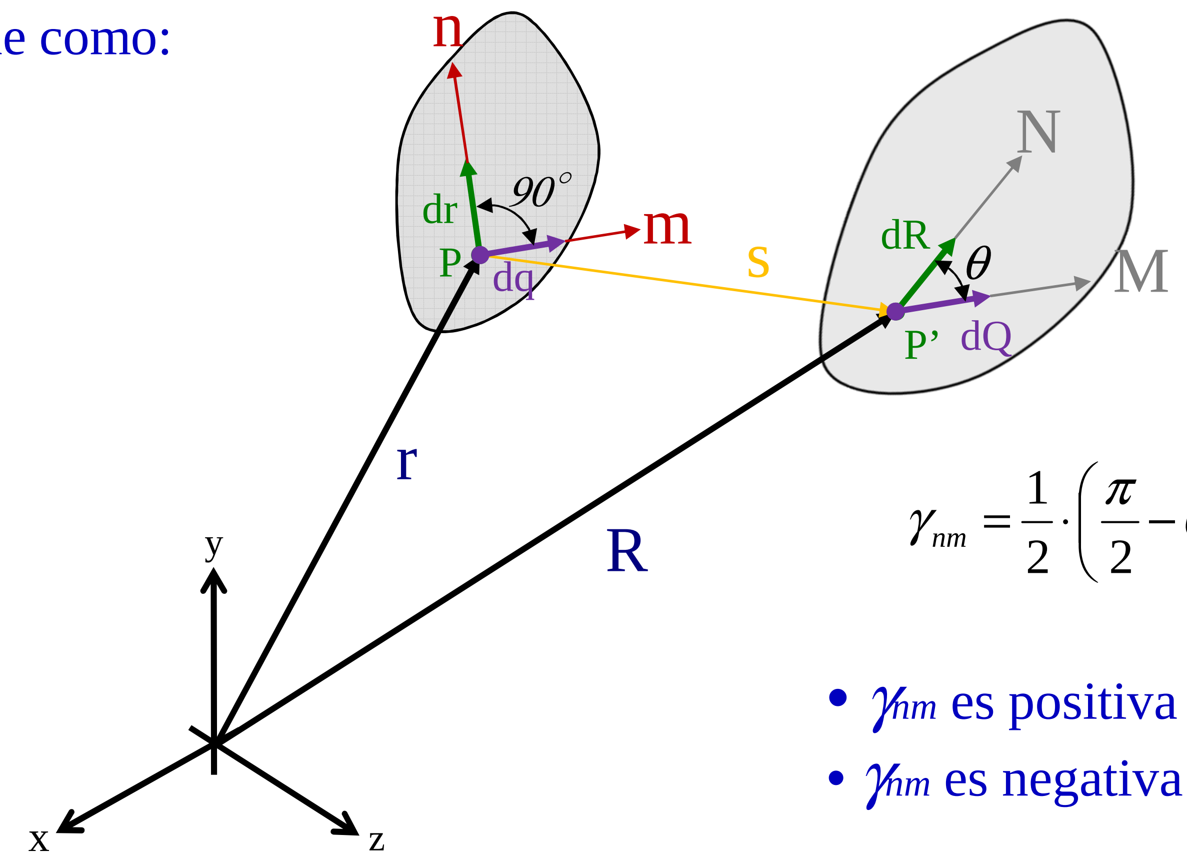


$$\varepsilon_n = \frac{|dR| - |dr|}{|dr|}$$

- ε_n es positiva si se alarga
- ε_n es negativa si se encoje

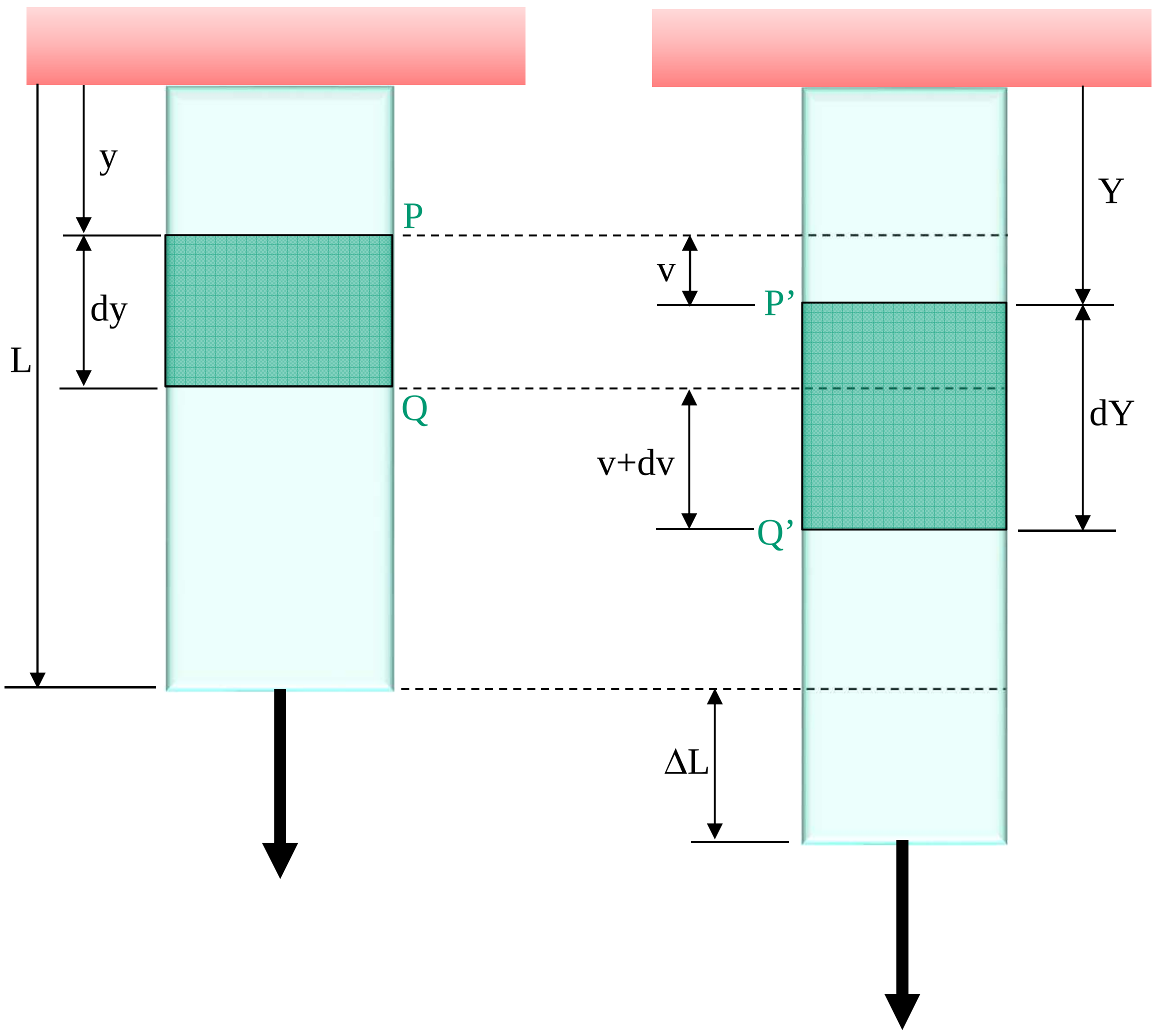
Deformación Tangencial

Se define como:



$$\gamma_{nm} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

- γ_{nm} es positiva si $\theta < 90°$
- γ_{nm} es negativa si $\theta > 90°$



$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

De manera similar puede demostrarse que:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad \gamma_{xz} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad \gamma_{yz} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

De esta manera se conforma:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Sucede cuando la matriz de deformaciones es idéntica en todos los puntos del solido, es decir:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = \text{ctte}$$

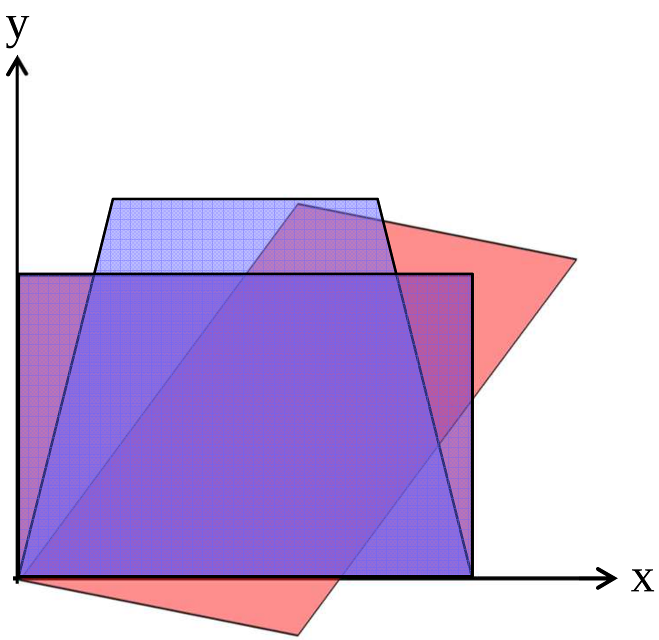
Eso significa que los desplazamientos se pueden expresar de la siguiente manera:

$$u = A \cdot x + D \cdot y + F \cdot z + H$$

$$v = E \cdot x + B \cdot y + K \cdot z + M$$

$$w = G \cdot x + L \cdot y + C \cdot z + N$$

Ejemplo de deformación homogénea:



Ejemplo de estado plano de deformaciones:

Implica que una de las deformaciones principales es igual a cero:

$$[\varepsilon]=\begin{bmatrix}\varepsilon_x & \gamma_{xy} & 0\\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

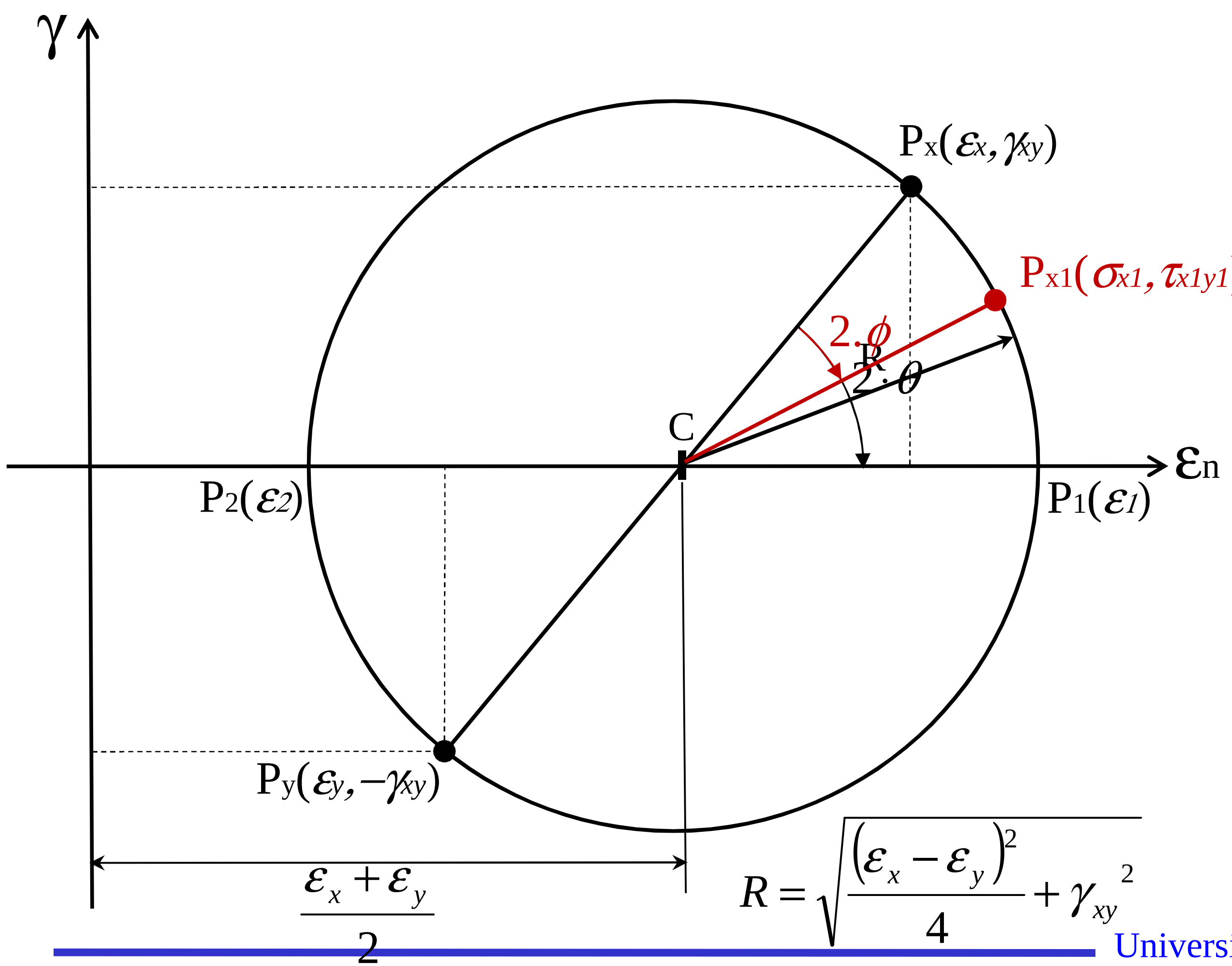
Existe total analogía entre los esfuerzos y las deformaciones, por lo que se cumple que:

$$\varepsilon_{x1}=\frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2}+\left(\frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\right)\cdot Cos(2\cdot\theta)+\gamma_{xy}\cdot Sen(2\cdot\theta)$$

$$\gamma_{x1y1}=\left(\frac{\varepsilon_y-\varepsilon_x}{2}\right)\cdot Sen(2\cdot\theta)+\gamma_{xy}\cdot Cos(2\cdot\theta)$$

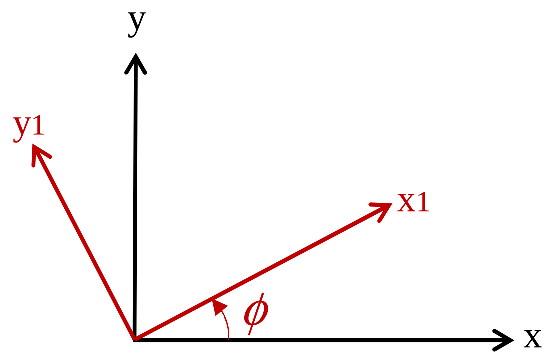
$$tg(2\cdot\theta)=\frac{2\cdot\gamma_{xy}}{\varepsilon_x-\varepsilon_y}$$

Mohr – Método gráfico

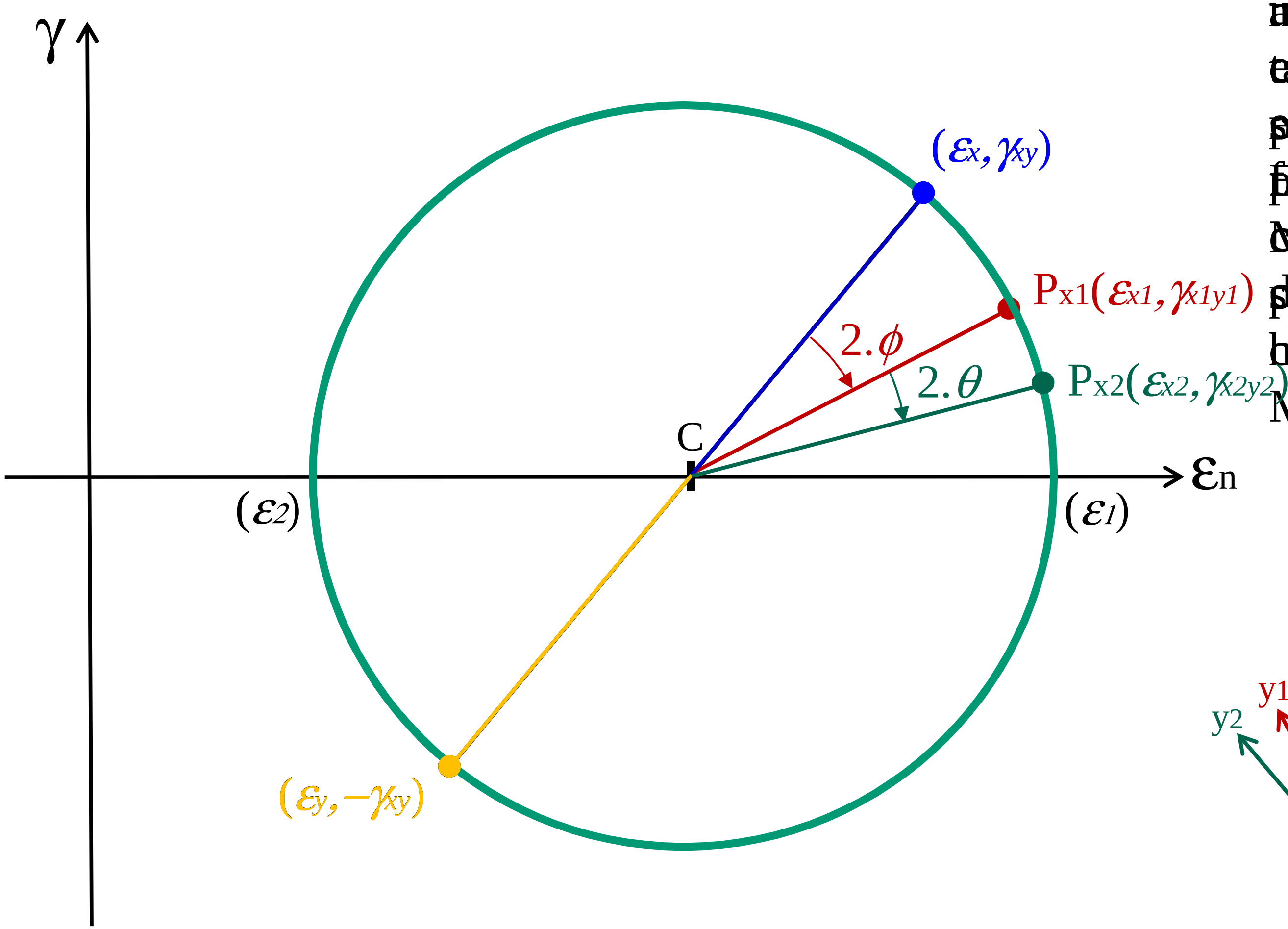


$$R = \sqrt{\frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2}{4} + \gamma_{xy}^2}$$

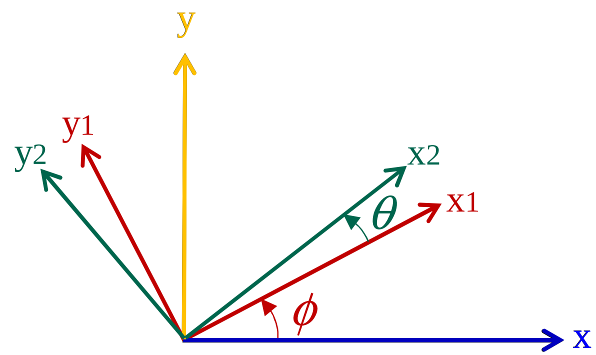
- [illegible] un ángulo 2ϕ en sentido horario en el círculo de Mohr



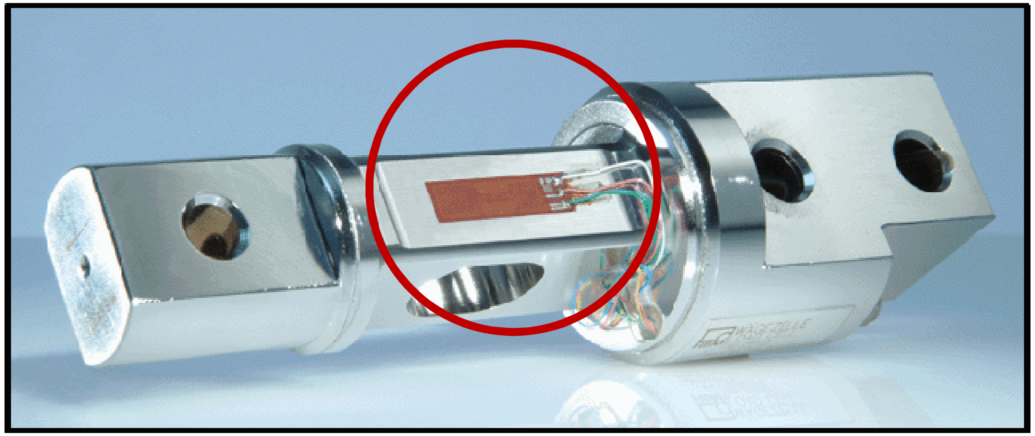
Circulo de Mohr – Reglas de correspondencia

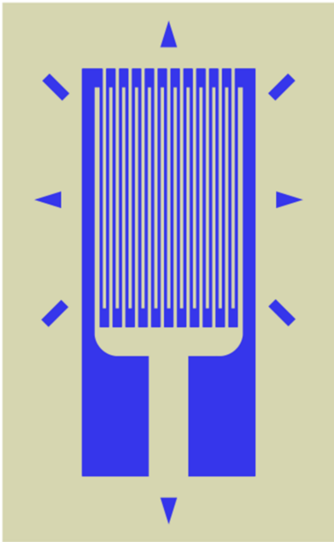


- [illegible] Mohr



Galgas extensiométricas: es un dispositivo comúnmente usado en pruebas y mediciones mecánicas. La galga extensiométrica es una resistencia que consiste en una matriz de bobinas o cable muy fino el cual varia su resistencia linealmente dependiendo de la carga aplicada al dispositivo



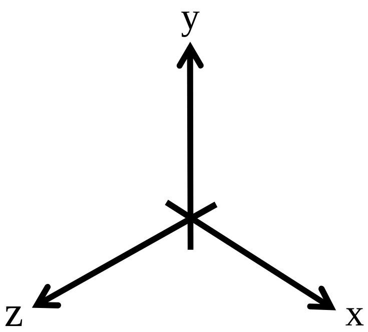


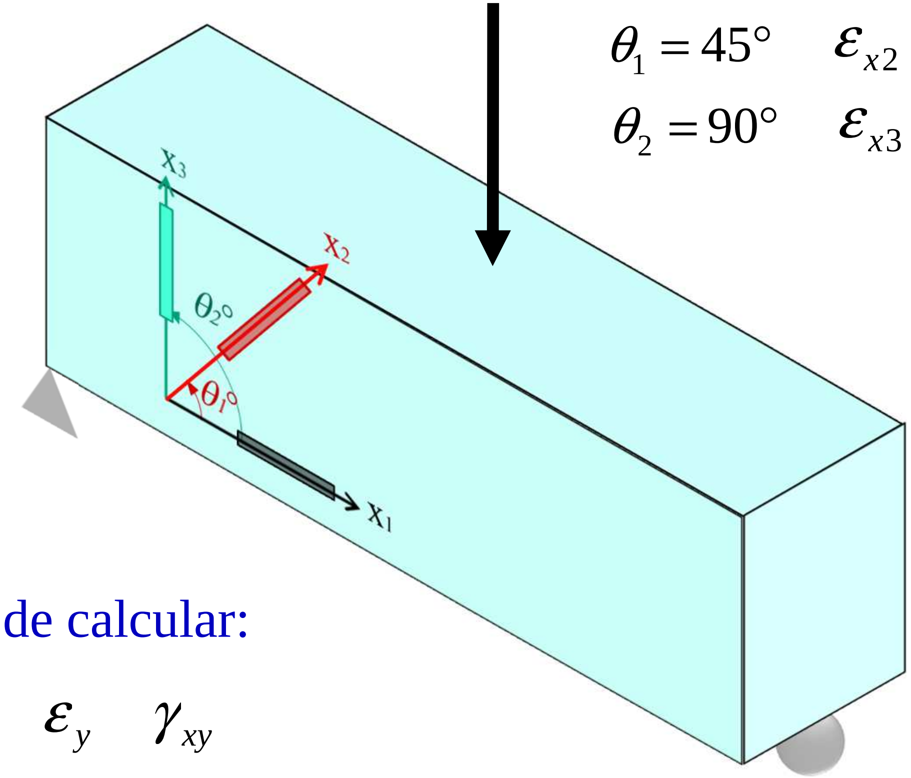
Sea una pieza en estado plano de deformaciones sometida a cualquier tipo de cargas:

$$\theta = 0° \qquad \varepsilon_{x1} = f\left(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\right)$$

$$\theta_1 = 45° \qquad \varepsilon_{x2} = f\left(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\right)$$

$$\theta_2 = 90° \qquad \varepsilon_{x3} = f\left(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\right)$$

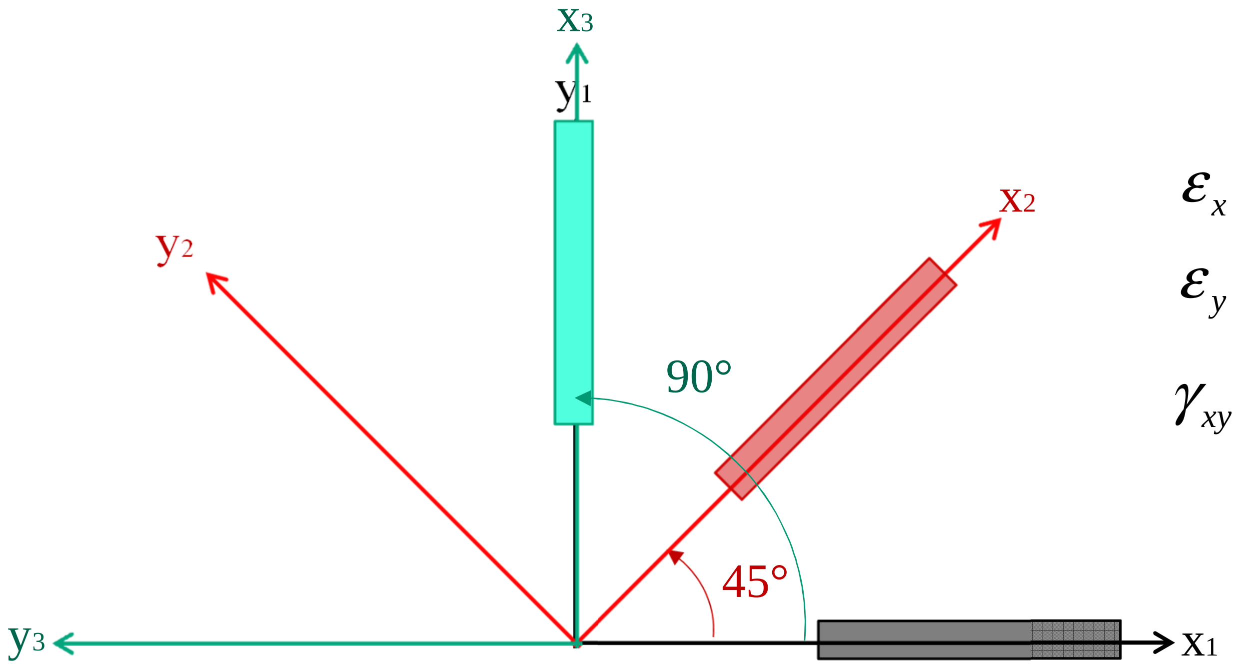




Con la finalidad de calcular:

$$\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}$$

Roseta rectangular:

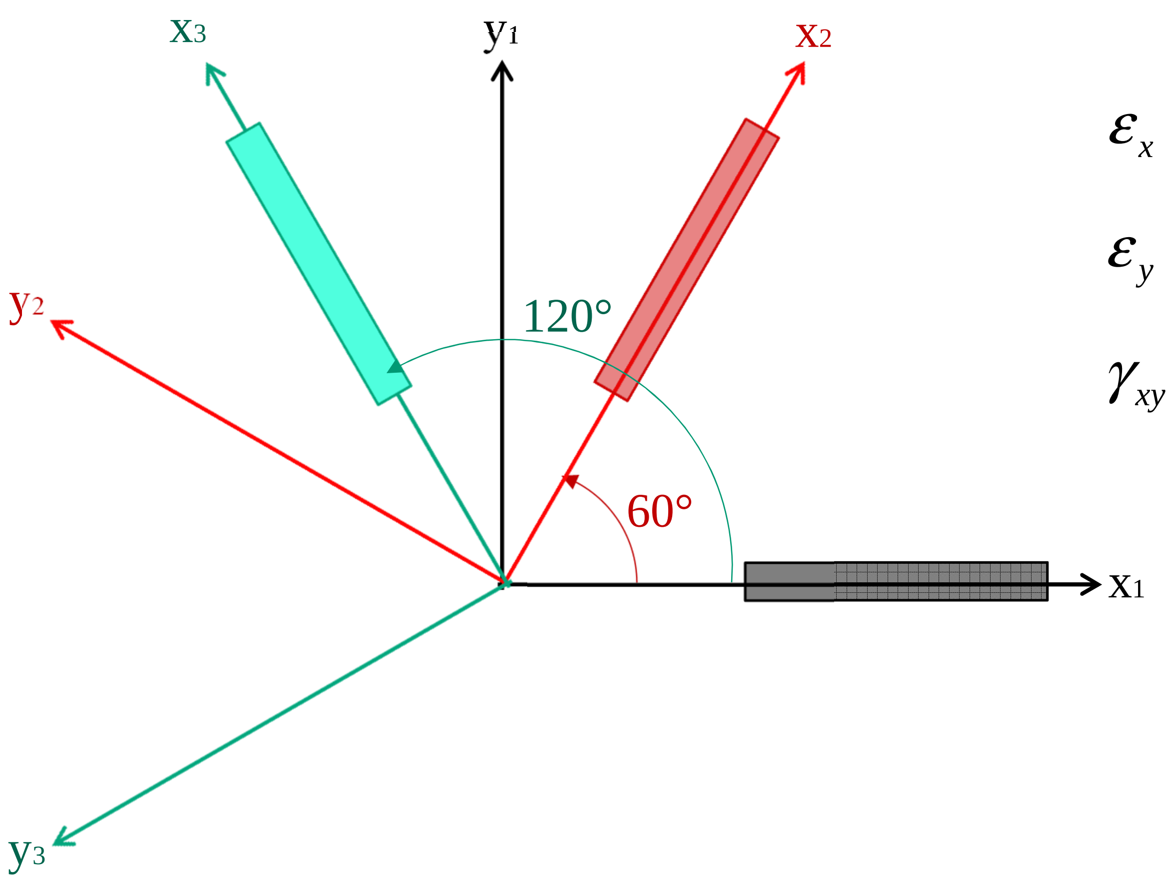


$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x1}$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{x3}$$

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_{x2} - \frac{1}{2}\cdot\left(\varepsilon_{x1} + \varepsilon_{x3}\right)$$

Roseta delta:



$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x1}$$

$$\varepsilon_y = \frac{2 \cdot (\varepsilon_{x2} + \varepsilon_{x3}) - \varepsilon_{x1}}{3}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{(\varepsilon_{x2} - \varepsilon_{x3})}{\sqrt{3}}$$